Un espace affine euclidien est rapporté au repère $R_o = (O , \beta_o)$, $\beta_o = (\vec{i} , \vec{j} , \vec{k})$ *étant une base orthonormée; on considère la courbe* H, *ensemble des points* $A(t)$ *dont les coordonnées sont :*

$$x = a \cos t , \quad y = a \sin t , \quad z = at \ ;$$

a *est une constante strictement positive ;* t *désigne le temps.*

1°) *Un solide* Σ *est mobile par rapport au repère fixe* R_o *; à ce solide est lié un repère* $R = [A(t), \beta]$; $\beta = (\vec{I} , \vec{J} , \vec{K})$ *est une base orthonormée de même sens que* β_o .

On note $\vec{V}(B)$ *la vitesse du point* B, *projection orthogonale de* A *sur le plan* $(O; \vec{i} , \vec{j})$ *; on pose* $\vec{I} = \frac{\vec{V}(B)}{a}$. *Le vecteur* $\vec{K}$ *est animé d'un mouvement de rotation uniforme autour de* $\vec{I}$, *de vitesse angulaire* 1 , *de sorte qu'à l'instant* $t = 0$ *on ait :* $\vec{K} = \vec{i}$ *; montrer que :*

$$\vec{K} = (\vec{i} \cos t + \vec{j} \sin t) \cos t - \vec{k} \sin t.$$

2°) *Caractériser le mouvement de* Σ *à l'instant* t *par :*

a) le vecteur rotation instantanée $\vec{\Omega}(t)$ *dans la base* β *et dans la base* β_o *;*

b) la vitesse de translation $h \vec{\Omega}(t)$ *;*

c) l'axe central $D(t)$ *du torseur des vitesses des points de* Σ *dans le repère mobile et dans le repère fixe (on exprimera* x *et* y *en fonction de* z *et de* t *).*

3°) *Montrer que* $D(t)$ *est tangent en* $A(t)$ *à la courbe* H.

4°) *Montrer que, relativement à* R, $D(t)$ *engendre un cône de révolution* C *dont on précisera l'axe de révolution et le demi-angle au sommet.*

Montrer que la binormale en $A(t)$ *à* H *appartient à* C .

Montrer que le plan tangent à C *le long de* $D(t)$ *est le plan osculateur à* H *en* $A(t)$.

5°) *Soit* S *la surface engendrée par* $D(t)$ *relativement à* R_o *quand* t *varie ; écrire l'équation du plan tangent à* S *en un point* M *de paramètres :* $z = \lambda$ *et* t *; que se passe-t-il si* M *est sur* H *?*

6°) *Dessiner la section de la surface* S *par le plan* $(O; \vec{j} , \vec{k})$ *pour* $0 < t < \pi$. *Comment peut-on passer de cette branche au reste de la section ? Dessiner sur la même figure la branche correspondant à* $\pi < t < 2\pi$. *Quelle est la trace dans le plan de la figure du plan osculateur à* H *en* $A (\frac{\pi}{2})$ *?*

7°) *Dessiner la section de la surface* S *par le plan d'équation* $y = a$, *pour* $0 \leqslant t \leqslant 2\pi$. *Placer la droite* $D (\frac{\pi}{2})$ *sur cette figure. Comment peut-on passer de la branche tracée au reste de la section ?*

8°) *Déterminer les points de* Σ *dont le mouvement est uniforme ; caractériser les trajectoires de ces points.*

FIN

www.tunisie-etudes.info

Ce document a été téléchargé depuis
www.tunisie-etudes.info

Des documents gratuits, devoirs, examens, cours, exercices, corrigés... Ainsi que toute une rubrique pour vous aider à trouver un emploi sans oublier les avis de concours en direct

Notre page Twitter :
http://www.twitter.com/TunisieEtudes
Notre page FaceBook :
http://www.facebook.com/TunisieEtudes



Merci d'avoir choisi www.tunisie-etudes.info
Bonne lecture et bon travail